

La Simmetria $SU(3)$ di Sapore e la Classificazione degli Adroni

Relatore: Dott. Dimitri Colferai colferai@fi.infn.it

Candidato: Simone Nardini

In questo lavoro di tesi esaminiamo la simmetria di sapore che caratterizza l'interazione forte, associando il gruppo di invarianza $SU(3)$, e diamo una classificazione degli adroni, basata sulla decomposizione in componenti irriducibili di prodotti delle rappresentazioni irriducibili (IR) fondamentali di $SU(3)$. I risultati che descriviamo sono quelli del modello dell'ottetto e del modello a quark, elaborati a distanza di quattro anni l'uno dall'altro agli inizi degli anni '60.

La richiesta basilare, che facciamo e che prendiamo come punto di partenza, è che l'interazione forte conservi l'isospin e l'ipercarica: poichè gli operatori di isospin soddisfano la medesima algebra del momento angolare, quella di $SU(2)$, appare naturale cercare in $SU(3)$ il gruppo di simmetria dell'interazione forte.

Dopo una breve introduzione di teoria dei gruppi nel primo capitolo, nel secondo descriviamo inizialmente il gruppo $SU(3)$, definendone i generatori ed esaminandone le subalgebre (isomorfe a $SU(2)$), di cui fanno parte gli operatori di shift nell'isospin e nell'ipercarica. Dopo avere analizzato le proprietà geometriche generali dei multipletti di $SU(3)$, costruiamo le rappresentazioni di tripletto e antitripletto, che sono quelle fondamentali, e quelle di ottetto e decupletto. Nella seconda parte del secondo capitolo, procediamo alla decomposizione dei prodotti delle IR fondamentali, ovvero $\mathbf{3}$ e $\bar{\mathbf{3}}$. Da un punto di vista fisico, questo equivale a studiare un sistema composto da quark e antiquark (che associamo rispettivamente alla IR di tripletto e di antitripletto) e classificare le particelle che risultano da una loro combinazione. Per i barioni, composti da tre quark, decomponiamo $\mathbf{3} \otimes \mathbf{3} \otimes \mathbf{3}$; per i mesoni, formati da una coppia quark-antiquark, decomponiamo $\mathbf{3} \otimes \bar{\mathbf{3}}$. La procedura matematica della quale ci avvaliamo per effettuare la decomposizione si basa sui diagrammi e sulle tavole di Young, di cui diamo una breve descrizione e mostriamo l'intima connessione con il gruppo delle permutazioni (o gruppo simmetrico) S_n : fisicamente, cerchiamo stati con una simmetria ben definita per scambio di sapore dei quark e, in base a questi e alle proprietà delle tavole di Young, siamo in grado di effettuare la decomposizione. Questo ragionamento è garantito dal fatto che esiste un collegamento tra le rappresentazioni del gruppo delle permutazioni di n particelle S_n e il gruppo di simmetria sotto cui queste trasformano (in questo caso $SU(3)$).

In seguito, andiamo ad aggiungere lo spin alla nostra analisi: questo porterà da un lato alla classificazione dei barioni in un ottetto, i cui stati rappresentano particelle a spin $\frac{1}{2}$, e in un decupletto, che invece identifica barioni a spin $\frac{3}{2}$: a titolo di esempio, costruiamo la funzione d'onda del protone, tenendo conto dei sapori dei quark che lo costituiscono e del loro spin. Dall'altro, per quanto riguarda i mesoni, siamo in grado di dare un'ulteriore classificazione a seconda della parità della loro funzione d'onda e del loro spin.

Nel capitolo successivo, descriviamo la rottura della simmetria $SU(3)$: questa infatti non è una simmetria esatta della natura, in quanto, se così fosse, particelle di uno stesso multipletto sarebbero energeticamente degeneri e avrebbero dunque la stessa massa. Come è noto, questo non accade e si ha uno splitting delle masse: per l'ottetto barionico ad esempio si ha uno splitting $\approx 10\%$. Per tenere conto di queste evidenze sperimentali, ridefiniamo l'hamiltoniana di interazione forte come somma di due termini: il primo è associato alla simmetria $SU(3)$ e il secondo è responsabile della rimozione della degenerazione. Procediamo dunque alla costruzione del secondo termine e ricaviamo la formula semi-empirica di Gell'Mann-Okubo, che descrive lo splitting delle masse. Tale formula è lineare nelle masse e si accorda con i dati sperimentali per i barioni, mentre per i mesoni si incontrano delle inconsistenze: per i mesoni pseudo-scalari queste si risolvono considerando una formula quadratica nelle masse, laddove per i vettoriali rimangono dei problemi legati a discrepanze tra i valori di massa degli stati di singoletto e neutro (isospin e ipercarica nulli) dell'ottetto calcolati e quelli sperimentali. Quest'ultima è risolta considerando il cosiddetto fenomeno di mixing, per il quale le particelle fisiche che rileviamo risultano da una combinazione degli stati di isosingoletto dell'ottetto e isosingoletto scalare.

Infine, accenniamo al numero quantico di colore, introdotto per salvare il principio di Pauli e alle ragioni che ci spingono a scegliere, tra tutti i gruppi di Lie semplici e compatti, proprio $SU(3)$ come gruppo di simmetria di sapore.