

Sensibilità di un interferometro non lineare quantistico

Candidato: Beatrice Donelli `beatrice.donelli@stud.unifi.it`
Relatore: Augusto Smerzi `augusto.smerzi@ino.it`
Correlatore: Luca Pezzé `luca.pezze@ino.it`

L'aumento sostanziale nella precisione di misure di quantità fisiche è da sempre accompagnato a scoperte scientifiche che hanno rivoluzionato la conoscenza della natura che ci circonda e la nostra capacità di osservarla. Attualmente, molte misure di precisione vengono effettuate tramite interferometri che sfruttano le proprietà ondulatorie della luce o della materia. Esistono diverse tipologie di interferometro, ma tutte possono essere ricondotte ad una definizione generale: l'interferometro è un apparato che prende uno stato di ingresso e lo trasforma restituendolo modificato di una quantità completamente caratterizzabile da un parametro chiamato *fase*.

Nel capitolo 1 andremo a descrivere gli interferometri quantistici. In particolare svilupperemo il formalismo della sfera di Bloch mediante il quale daremo una visualizzazione dell'azione di un interferometro sullo stato di ingresso. Ci soffermeremo sia su un interferometro lineare, cioè che non prevede interazioni fra le particelle durante il processo di acquisizione della fase, sia su un interferometro non lineare, che invece le prevede ed è quindi in grado di creare correlazioni quantistiche fra le particelle.

In meccanica quantistica non esiste una osservabile associata alla fase. Per poter dedurre il valore incognito della fase, che è lo scopo principale dell'interferometria, abbiamo quindi bisogno di stimarlo attraverso un processo di inferenza statistica a partire dagli esiti delle misure su una osservabile opportunamente scelta all'uscita dell'interferometro. In particolare useremo il metodo della massima verosimiglianza, che introdurremo nel capitolo 2, per calcolare l'incertezza associata alla stima della fase. Sempre nello stesso capitolo enunceremo e dimostreremo il teorema di Cramér-Rao, un risultato molto generale di statistica, che fornisce un limite inferiore all'incertezza nella stima della fase e quindi alla sensibilità che il processo interferometrico può raggiungere.

Nel capitolo 3 andremo infine a studiare la sensibilità di un interferometro usando come stati di ingresso stati coerenti di spin (CSS), cioè che non presentano correlazioni quantistiche (*entanglement*) fra le particelle. Analizzeremo inizialmente la sensibilità fissando il numero N di particelle dello stato di ingresso. Nel limite di un numero grande di misure $m \gg 1$, ritroveremo il limite di Cramér-Rao quantistico. Dato che in laboratorio non è possibile ripetere la misura un numero di volte grande a piacere, perché nel tempo le condizioni ambientali cambiano, andremo ad analizzare la sensibilità in funzione del numero totale di particelle a disposizione $N_T = N \times m$. Nel caso di un interferometro lineare ritroveremo nuovamente il limite di Cramér-Rao quantistico, mentre nel caso di un interferometro non lineare riusciremo a migliorare la sensibilità pur mantenendo lo stesso andamento in funzione di N_T . Un ulteriore miglioramento della sensibilità sarà ottenuto impiegando un differente CSS come stato di ingresso: non utilizzeremo più un CSS rappresentato sulla sfera di Bloch come un vettore orientato lungo il verso positivo dell'asse x , ma un CSS ruotato di un angolo $\pi/4$ rispetto all'asse x sul piano x - y . Sorprendentemente, questo stato di ingresso ci permetterà, nel caso dell'interferometro non lineare, di migliorare l'andamento della sensibilità in funzione di N_T . Ciononostante, vedremo che non è possibile superare l'andamento $1/N_T$ con stati classici, contrariamente a quanto suggerito in letteratura.