

# L'integrale sui cammini, l'effetto Aharonov-Bohm e la stringa di Dirac

Candidato: Stefano Lionetti  
Relatore: Daniele Dominici

stefano.lionetti@stud.unifi.it  
dominici@fi.infn.it

La teoria del *path integral*, elaborata nel 1948 da Richard Feynman, rappresenta la formulazione Lagrangiana della meccanica quantistica. Tale approccio ci dice che se vogliamo calcolare la probabilità che una particella inizialmente presente in  $\mathbf{x}_i$  al tempo  $t_i$  si trovi in  $\mathbf{x}_f$  al tempo  $t_f$ , dobbiamo considerare il contributo di ogni cammino che unisce le due posizioni. La teoria del *path integral* è matematicamente equivalente alla teoria Hamiltoniana della meccanica quantistica e quindi non porta a nuovi fondamentali risultati. Tuttavia ci fornisce un nuovo modo di interpretare i fenomeni quantistici che risulta semplice e intuitivo. Purtroppo l'effettivo calcolo del *path integral* può risultare laborioso e impegnativo. In questa tesi viene illustrata l'intuizione fisica che sta dietro alla formulazione del *path integral* e quindi viene dimostrata l'equivalenza con l'equazione di Schrödinger. Ho inoltre descritto alcune proprietà del *path integral* come l'emergere del limite classico e ho applicato questo nuovo metodo per risolvere il moto di una particella libera e dell'oscillatore armonico. Dopo aver richiamato alcune nozioni di elettromagnetismo, ho illustrato l'effetto Aharonov-Bohm. Tale effetto mostra come le particelle possano essere influenzate dal campo elettromagnetico, pur potendo accedere soltanto a zone in cui questo campo è nullo. Dunque, per evitare interazioni non locali tra le particelle e il campo elettromagnetico, possiamo interpretare tale effetto assumendo che l'interazione avvenga tra il quadripotenziale e le particelle. In meccanica quantistica inoltre il quadripotenziale è uno strumento indispensabile per scrivere le equazioni del moto. Sembrerebbe quindi naturale che il quadripotenziale rappresenti la grandezza fisica fondamentale nell'elettromagnetismo. Tuttavia il quadripotenziale non è invariante per trasformazioni di gauge. Siamo quindi giunti alla conclusione che per descrivere l'elettromagnetismo in modo completo è necessario servirsi della seguente quantità:  $e \frac{ie}{\hbar c} \oint A^\mu dx_\mu$ .

L'effetto Aharonov-Bohm è strettamente collegato alla dimostrazione che l'esistenza dei monopoli implica la quantizzazione della carica elettrica e magnetica. Come propose Dirac, un monopolo magnetico può essere visto come un solenoide infinitamente sottile che si estende dalla posizione del monopolo a infinito. Esiste pertanto un potenziale vettore in grado di descrivere questo sistema. Tale potenziale ha, sul semiasse dove è presente il solenoide, una singolarità che fa sì che si annulli il flusso totale su una superficie chiusa contenente il monopolo. Tale singolarità è chiamata stringa di Dirac. Condizione necessaria perché tale sistema si comporti come un monopolo è che la stringa risulti invisibile. Classicamente è così, quantisticamente l'effetto Aharonov-Bohm ci dice che la carica elettrica e magnetica devono essere quantizzate.