

La classificazione delle rappresentazioni unitarie irriducibili del gruppo di Poincaré.

Candidato: Andrea Guiggiani

Relatore: Dott. Dimitri Colferai

colferai@fi.infn.it

In questo lavoro di tesi ci siamo posti l'obiettivo di classificare le rappresentazioni unitarie irriducibili del gruppo di Poincaré in modo da poter classificare e caratterizzare gli stati e i possibili tipi di particelle esistenti in un mondo in cui valga la relatività speciale.

Nel primo capitolo viene data una breve introduzione ai concetti fondamentali della teoria dei gruppi e delle rappresentazioni. In particolare, tramite lo studio di alcuni gruppi fondamentali, ovvero $SO(2)$, $SO(3)$, E_2 ed E_3 , verranno introdotti il concetto di generatore e il metodo della rappresentazione indotta, anticipando inoltre come il gruppo E_2 sia connesso con le rappresentazioni di tipo luce del gruppo di Poincaré. Sempre in questa parte si parlerà della misura di integrazione invariante per i gruppi che verrà utilizzata per fornire una normalizzazione alle rappresentazioni unitarie irriducibili del gruppo di Poincaré.

Nel secondo capitolo ci concentreremo sul gruppo di Poincaré generalizzando a partire dal gruppo di Lorentz proprio. Dopo un breve ripasso del formalismo dei quadrivettori, sposteremo la nostra attenzione ai generatori del gruppo di Lorentz proprio e alla sua algebra. Infine, dopo aver fatto cenno al legame presente con il gruppo $SL(2)$, introdurremo il gruppo di Poincaré e la sua algebra mettendo in luce come questo si ottenga generalizzando il gruppo di Lorentz proprio al pari di come il gruppo E_3 è una diretta generalizzazione di $SO(3)$.

Facendo uso delle conoscenze delle simmetrie dello spazio-tempo e degli strumenti acquisiti nei precedenti capitoli, nel terzo e ultimo capitolo ricaveremo le rappresentazioni unitarie irriducibili del gruppo di Poincaré. Per poterle classificare introdurremo i due operatori di Casimir del gruppo di Poincaré mostrando come gli autovalori di questi ultimi siano connessi con la massa e lo spin. In particolare in base al valore della massa mostreremo come le rappresentazioni si dividano in tre famiglie: rappresentazioni unitarie irriducibili di tipo tempo, luce e spazio. Il nostro studio si soffermerà in particolare sui primi due tipi di rappresentazioni mostrando inoltre come per le rappresentazioni di tipo luce l'elicità delle particelle possa assumere un unico valore o, nel caso in cui valga anche l'invarianza per parità, due valori opposti come nel caso del fotone.