

Principio di indeterminazione e relazioni di incertezza entropiche

The uncertainty principle and entropic uncertainty relations

Candidato: Marco Parigi (parigimarco@hotmail.it)

Relatore: Prof. Alessandro Cuccoli (cuccoli@fi.infn.it)

La teoria quantistica, con la sua struttura probabilistica, ha certamente rivoluzionato il nostro modo di indagare e comprendere i fenomeni naturali. In particolare, uno degli aspetti che la differenzia in modo più marcato dalla meccanica newtoniana è il fatto che vi siano coppie di grandezze fisiche misurabili (osservabili) che a priori non possono essere misurate entrambe con precisione arbitraria, ma sarà lo sperimentatore a decidere eventualmente quale delle due privilegiare. Questo aspetto della meccanica quantistica è descritto dal principio di indeterminazione di Heisenberg, e le osservabili per cui si manifestano le sue conseguenze vengono chiamate incompatibili. Secondo il principio di indeterminazione, quindi, se si considera una coppia di osservabili incompatibili e si effettua la misura delle due osservabili su tante copie di un sistema quantistico, tutte nello stesso stato, ottenendo due sequenze di esiti della misura, si otterrà che tanto più stretta sarà la distribuzione dei valori ottenuti per una grandezza, ovvero tanto migliore sarà la conoscenza di una delle due osservabili, tanto più incerta sarà la conoscenza dell'altra.

Formalmente, il principio di indeterminazione è comunemente espresso da disuguaglianze contenenti quantità atte a valutare l'incertezza sulle due osservabili. Obiettivo di questa tesi è quello di esporre e confrontare alcune di tali disuguaglianze, mettendone in evidenza i punti di forza e le debolezze. In particolare, in una prima parte, viene introdotta la disuguaglianza di Robertson, descrivendo le problematiche legate alla forma del suo limite inferiore. Viene inoltre mostrato un esempio di disuguaglianza in termini di somma di deviazioni standard delle due osservabili invece che di prodotto, discutendo il motivo per cui essa possa risultare a volte più conveniente rispetto a quella di Robertson. Nell'ultima parte del lavoro è descritta una formulazione del principio di Heisenberg in termini di entropia di Shannon associata alle distribuzioni di probabilità dei risultati delle misure di osservabili di un sistema quantistico, illustrando perché l'entropia possa rappresentare una misura di incertezza più naturale rispetto alla deviazione standard. Viene quindi introdotta la relazione di Maassen-Uffink, di cui viene poi dato un esempio di applicazione per una coppia di osservabili incompatibili in uno spazio di Hilbert di dimensione due (cioè un qubit), mostrando come, per tale particolare sistema, sia possibile ottenere in modo esplicito un limite inferiore ottimale per la somma delle entropie delle distribuzioni di probabilità associate alle due osservabili.