

Instabilità per l'equazione di Ginzburg-Landau su grafo modulato nel tempo

Instabilities for the Ginzburg-Landau equation on a time varying network

Lo studio della sincronizzazione, e della desincronizzazione, è ad oggi riconducibile allo studio di modelli di oscillatori accoppiati. Negli ultimi anni è stata posta l'attenzione sulla sincronizzazione di oscillatori su reti complesse, concentrandosi sul ruolo della topologia della rete nel favorire o impedire la sincronizzazione del sistema. La maggior parte degli studi che sono stati condotti sulla rottura della sincronia, hanno assunto costante la rete che ospita la dinamica degli oscillatori. Solo di recente è stata oggetto di indagine la dinamica della rete e come questa possa partecipare ai meccanismi dinamici che conducono alla perdita di stati sincronizzati. In particolare, il lavoro di Maxime Lucas *et al*¹ ha indagato l'effetto prodotto da una modulazione periodica della topologia della rete, sulla stabilità dello stato sincronizzato. In questa tesi abbiamo esteso i risultati ottenuti nel lavoro precedentemente menzionato al caso di interesse, in cui l'accoppiamento diffusivo non sia necessariamente diagonale. Abbiamo affrontato il problema della desincronizzazione di un insieme di oscillatori non lineari ospitati sui nodi di un grafo modulato nel tempo. Per realizzare questa condizione abbiamo utilizzato il modello dell'equazione di Ginzburg-Landau.

Abbiamo preliminarmente introdotto le tecniche di indagine e gli aspetti formali che caratterizzano i sistemi dinamici e la teoria delle reti. In seguito abbiamo formulato l'equazione di Ginzburg-Landau, analizzandone sia la stabilità delle soluzioni nella sua formulazione aspatiale, che prende il nome di equazione di Stuart-Landau, sia nella formulazione su grafo, che corrisponde ad un insieme di oscillatori non lineari ospitati sui nodi della rete. Nell'ultimo capitolo abbiamo introdotto il parametro ϵ , che regola la scala temporale su cui evolve la dinamica della rete, e abbiamo dimostrato un'estensione del teorema della media parziale. Il suddetto teorema stabilisce un'equivalenza fra il sistema dipendente dal tempo ed il suo analogo parzialmente mediato, permettendoci di analizzare quest'ultimo ai fini della stabilità del sistema. Abbiamo quindi potuto impiegare gli strumenti classici dell'analisi perturbativa sul sistema mediato, al fine di ottenere indicazioni quantitative sull'insorgenza dell'instabilità del sistema originale. In dettaglio, se il sistema mediato risulta instabile, allora è possibile rompere la sincronia del sistema dipendente dal tempo operando sul parametro di scala ϵ . Abbiamo infine applicato la teoria sviluppata al caso di reti binarie e concluso confrontando le previsioni teoriche ottenute con delle simulazioni numeriche.

Relatore: Prof. Duccio Fanelli - duccio.fanelli@unifi.it

Candidato: Claudio Pereti - claudio.pereti@stud.unifi.it

¹Maxime Lucas, Duccio Fanelli, Timoteo Carletti and Julien Petit, Desynchronization induced by time varying network, EPL, 121 50008